

AtCoder Beginner Contest 011

解説



AtCoder株式会社 代表取締役
高橋 直大

- 競技プログラミングをやったことがない人へ
 - まずはこっちのスライドを見よう！
 - <http://www.slideshare.net/chokudai/abc004>

A問題 来月は何月？

1. 問題概要
2. アルゴリズム

- 今月の月を表す整数Nが与えられる
- 来月は何月か出力
- 制約
- $1 \leq N \leq 12$

- 基本的なプログラムの流れ
 - 標準入力から、必要な入力を受け取る
 - 今回の場合は、 N という1つの整数
 - 問題で与えられた処理を行う
 - 今回は、 N から、来月の値を算出
 - 標準出力へ、答えを出力する

- 入力

- 1つの整数を、標準入力から受け取る

- Cであれば、`scanf("%d", &N);` など
 - C++であれば、`cin >> N;`
 - 入力の受け取り方は、下記の練習問題に記載があります。
 - http://practice.contest.atcoder.jp/tasks/practice_1

- 処理部分

- 今回は、与えられた整数が表す月の、次の月を計算する
- 計算方法は色々
 - オーソドックスな方法
 - まず、Nに1を足す。
 - Nが13になってしまったら、Nを1にする
 - ちょっと器用な方法
 - $N \% = 12; N += 1;$
 - 12で割った余りを計算すると、12月が0月っぽくなる。
 - » こっちの方がカッコいいから個人的に好きだけれども、別にこんなことしなくても良い。
 - 1を足すが思いつかなかった人用
 - 配列に来月の月の番号を全部書きちゃう。
 - `int[] nextMonth = new int[]{-1, 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,1};`
 - おすすめはしません。

- 出力

- 求めた答えを、標準出力より出力する。
- 言語によって違います。
 - `printf("%d¥n", N);` (C)
 - `cout << N << endl;` (C++)
 - `System.out.println(N);` (Java)
 - 各言語の標準出力は、下記の練習問題に記載があります。
 - http://practice.contest.atcoder.jp/tasks/practice_1

B問題 名前の確認

1. 問題概要
2. アルゴリズム

- 文字列が与えられる。
- 先頭文字を大文字に、残りを小文字に変換しなさい。
- 制約
- $1 \leq |S| \leq 12$

- 入力
 - 文字列Sを受け取る
 - 解らない場合はpracticeで確認しよう！
 - http://practice.contest.atcoder.jp/tasks/practice_1

- 処理
 - 先頭文字を大文字に変換する
 - 残りの文字を小文字に変換する
 - やるべき処理は2つ。
 - 今見ている文字が、大文字か小文字か確認する。
 - 必要であれば、大文字を小文字に変換する、または小文字を大文字に変換する

- 大文字、小文字の確認
 - 言語の標準ライブラリについている場合もある。
 - isLowerなど。
 - ついていない場合は、文字コードを利用しよう！
 - If($c \geq 'a' \ \&\& \ c \leq 'z'$)などで、小文字かどうかを判定できる。
 - ASCII文字コード表 <http://e-words.jp/p/r-ascii.html>
 - 'A'が65, 'B'が66, ... 'Z'が90
 - » よって、'A'以上'Z'以下なら大文字
 - 'a'が97, 'b'が98, ... 'z'が122
 - » よって、'a'以上'z'以下なら小文字

- 大文字、小文字の変換

- 標準ライブラリについている場合もある。

- toLowerなど

- そもそもこれがあれば、大文字小文字の確認も要らない。

- 小文字から大文字に変換したい場合

- ‘a’と‘A’の差は32、‘b’と‘B’の差は32、‘z’と‘Z’の差も32

- つまり32を引けば、小文字は大文字になり、32を足せば、大文字は小文字になる。

- といいつつも、連続していることさえ分かれば、数字を覚える必要は全くない

- » $C = (C + 'A' - 'a');$ 大文字への変換

- » $C = (C + 'a' - 'A');$ 小文字への変換

- » ‘A’と‘a’の差さえ分かれば計算可能なので、上のように書ける

- 出力

- A問題と同じく、答えを出力するだけ
- Print(S)みたいな感じ

- 注意点

- 多くの言語では、string型の文字列を直接一字一字変換することは出来ない！
 - 答えを求めるために、新たにstring型を作っておいた方が良い！
- Char型の配列であれば、これは気にしないで良い。

C問題 123引き算

1. 問題概要
2. アルゴリズム

- Nから、1,2,3のどれかを100回まで引ける。
- Nを0にできたらクリア。
- NG数字が3つ与えられ、NがNG数字に一度でもなったらダメ。
- クリア可能かどうかを判定しなさい。
- 制約
 - $1 \leq N, NG1, NG2, NG3 \leq 300$
 - NがNG数字と一致することがあることにも注意！
 - » ジャッジ解これでバグってました、ごめんなさい><

- まずは全探索を考えてみる。
 - 100回、1,2,3のどれかを引くことを試みる。
 - 3つの分岐が100回。計算回数は 3^{100} 回ほどになる。
 - 地球が爆発するまで待っても間に合わない！
 - よって、何か工夫する必要がある。

- ダメなケースを考える
 - N以下のNG数字が3連続続いている場合
 - $N=8$, $NG=\{2,3,4\}$ など
 - Nが大きく、NG数字が邪魔をして、1回じゃ間に合わない場合
 - $N=300$, $NG=\{297,294,291\}$;
 - 300→298の時点で、あと99手で減らせる最大数は297なので、間に合わない。
 - これらを場合分けするのは非常に大変！
 - » 無理ではない。が、やりたくない。
 - できれば全探索したい。

- 解法1 動的計画法を使った解法
 - 全探索は難しいので、全探索を上手くまとめてあげる。
 - 数字kに辿り着くまでに、最低何手必要かを、上手く処理してあげる。
 - dpをINFで初期化;
 - $dp[N] = 0$;
 - For i : N to 0
 - If(NG(i)) continue;
 - For j: 1 to 3
 - $dp[i - j] = \min(dp[i] + 1, dp[i - j]);$
 - こんな感じで上から処理してあげる。
 - $dp[0]$ が100以下ならYES、そうでないならNO

- 解法2 貪欲法を使った解法
 - そもそも、もし3を引いても大丈夫な時に、2や1を引く必要があるのか？
 - 2を引いて行ける範囲は、3を引いて行ける範囲より狭い。
 - 1も同様
 - よって、引ける数のうち、もっとも大きい数を引けば良い。
 - これを100回繰り返して、Nが0以下になっていればYES

- 注意点

Nが最初からNG
数字な時に注
意しよう！！！！

D問題 大ジャンプ

1. 問題概要
2. アルゴリズム

- ランダムな4方向に、距離Dだけジャンプする
- N回のジャンプ後に、ゴール地点(X,Y)にいる確率を出力しなさい。
- 制約
 - $1 \leq N \leq 8$ (part1) , 30 (part2), 1000 (all)
 - $1 \leq X, Y, D \leq 10^9$

- 前処理

- ジャンプの距離がDなのは面倒！1にしたい！

- $X \neq D; Y \neq D$; しましょう。
 - 割り切れなかったら、確実に (X,Y) にはたどり着けないので、答えは0です。

- 全探索について
 - 4方向に移動するので、パターン数は 4^N
 - 部分点1の制約なら、 4^8 は65536なので、計算可能
 - 全パターン調べて、 (X, Y) に辿り着いたパターン数を、 4^N で割れば良い。
 - では、どうやって全パターンを調べるのか？
 - 深さ優先探索を使おう！

- 深さ優先探索

- 再帰を利用して、全パターンを列挙する

- `int dfs(int count, int nowX, int nowY)`みたいな関数を作る

- `Count`が`N`であれば、`X==nowX, Y==nowY`の時に、1を返す

- » それ以外は0を返す

- `Count`が`N`以外であれば、4方向について探索する

- » `dfs(count+1, nowX + 1, nowY);`

- » `dfs(count+1, nowX - 1, nowY);`

- » `dfs(count+1, nowX, nowY + 1);`

- » `dfs(count+1, nowX, nowY - 1);`

- » `For`ループで書ける形にするとちょっと楽。

- この4つの結果を足し算した値を`return`する。

- 幅優先探索などでも良いが、深さ優先探索の方が書き易い

- $N = 30$ だと？
 - 深さ優先探索を単純にするだけでは、計算が間に合わない。
 - 何か工夫をしなければならない。
 - 「上、右」と移動した後と、「右、上」と移動した後で、 X, Y に辿り着く確率は同じはず。
 - こうしたものを、上手く纏めることによって、計算を早くしよう！

- メモ化再帰を使った高速化
 - `dfs(count, nowX, nowY)`のような関数を作った。
 - $N = 30$ の時、これの取り得る値は？
 - Count は、 $0 \sim N$
 - nowX は、 $-N \sim N$
 - nowYは、 $-N \sim N$
 - ということは、 $O(N^3)$ 通りしか、パターンが存在しない！
 - よって、これらの計算結果をメモしてあげることで、高速に計算することが出来る！
 - 計算結果をまとめただけで、 $O(4^N)$ から $O(N^3)$ まで変わる。

- メモ化再帰って？
 - DFSの計算結果をメモしておく手法！
 - 下のような一文を、冒頭に入れる！
 - `if(dp[count, nowX, nowY] != -1) return dp[count, nowX, nowY] ;`
 - 答えを返す時に、以下のように答えをメモする！
 - `ret = (こたえ)`
 - `return dp[count, nowX, nowY] = ret ;`
 - これだけで、同じ引数でdfs関数が呼び出された時に、2回目からは一瞬で答えを返せるようになります。
 - 今回の場合は、`nowX, nowY`が負の数になるので、配列を使う場合は注意！
 - `X += N, Y += N`としておけば、スタート地点を`N, N`にすればOK

- $N \leq 1000$ だと？
 - でかい。動的計画法を使ったところで間に合わない。
 - 仕方がないので、数学的に上手く計算してあげる必要がある！
 - とはいっても、直接的に計算するのは難しい。
 - 「上か下に移動する回数」と「左か右に移動する回数」に分ければ計算できないか？

- $N = 1000, X = 10, Y = 20$ の時
 - 例えば、「左右に動くのは600回」とする
 - とすると、「上下に動くのは400回」とわかる
 - 左右、上下の2択に分けたとして、左右に動くのが600回な組み合わせは、 $1000C_{600}$ 通り
 - ここで、「左に動くのは295回、右に動くのは305回」と解る
 - なぜなら、600回の動きで $X=10$ に辿り着くにはこれしかありえない
 - $(600 + 10) / 2 = 305$ のような形で求められる。
 - この組み合わせは、 $600C_{295}$ 通り
 - 同様に、上に動く回数、下に動く回数と、その組み合わせを計算出来る
 - これらを全て掛ければ、「左右に動く回数がK回の時の、 X, Y に辿り着けるパターン数」が計算できる

- K回左右に動くときのパターン数が計算可能
 - であれば、Kを0からNまでループさせてあげれば、全てのパターン数を計算することが可能！
- これを利用すれば、解くことが出来る！

- 注意点

- Double型は実は 10^{308} までしか入らない！
 - なので、「全てのパターン数」を計算するのはやめたほうが良い。
 - long doubleとか使えば大丈夫？ダメ！！！！
 - 「全パターン中、この組み合わせが選ばれる確率」も計算可能なので、そちらで上手く計算しよう！
 - $nCk / 2^N$ みたいな感じ。
 - パスカルの三角形を使って計算するのがお勧め。

- パスカルの三角形を使ったCombinationの計算の仕方！
 - 「1個上の数」と、「1個上、1個左の数」を足し算する
 - すると、 i 行目 j 番目の数字が、 iCj になっている。
 - 1
 - 1 1
 - 1 2 1
 - 1 3 3 1
 - 1 4 6 4 1

- パスカルの三角形を使った確率の計算の仕方！
 - 「1個上の数」と、「1個上、1個左の数」を足し算する
 - これを2で割る
 - すると、 i 行目 j 番目の数字が、 iCj になっている。
 - 1
 - 0.5 0.5
 - 0.25 0.5 0.25
 - 0.125 0.375 0.375 0.125
 -
- N 個を選ぶ全ての組み合わせ中、 K 個を選ぶ組み合わせの割合などを計算する時に便利！