

AtCoder Beginner Contest #033

解説



AtCoder株式会社 代表取締役
高橋 直大

A問題 暗証番号

-
- 4桁の数が与えられる
 - 各桁が全て同じ数字であるか判定せよ

- 実際に4文字読み込み、`if`文などで判定すればよい
- 例: `if(in[0]==in[1]&&in[1]==in[2]&&in[2]==in[3])`
 - 4桁とも同じ数字には法則性もある
 - 0000, 1111, 2222, ..., 9999は全て1111の倍数。
- 1111で割り切れるかどうかを判定してもよい
- 例: `if (N%1111==0)`

B問題 町の合併

- N 個の町が合併し、1つの市になる。
- N 個の町の合計人口の過半数以上の人口を持つ町が存在すれば、新しい市の名前はその町の名前にする
- 存在しなければ、atcoderという名前にする。
- どのような市の名前になるだろうか？
- $2 \leq N \leq 1,000, 1 \leq \text{町の人口} \leq 100,000$

- 問題文にあるとおりに実際にループを回してシミュレートする
- 合計を計算する
- それぞれの町の人口がその合計の過半数以上あるかをifで判定し、あればそれを出力
- なければatcoderと出力
- 計算量は $O(N)$

- ちなみに、過半数以上の人口がある町が2つ以上存在することはない
- (2番目に多い町の人口が過半数あるとすると、1番目と2番目の合計が全人口を超えてしまい矛盾する)

C問題 数式の書き換え

1. 問題概要
2. アルゴリズム

- $1+2+3*4*5+6*7$ のような、各項が1桁で括弧がなく、乗算と加算のみの数式が与えられる。
- これらの数字をいくつか0に書き換えて答えを0にしたい。
- 最低何個書き換えればよいか。
- 数式の長さは100,000以下

- 各数字を0にする/しないを全て試すと $O(2^N)$ がかかるため、間に合わない
- ある場所を0に書き換えると、どこまで影響が出るだろうか。

- $1*2*3$ の1を0にする $\rightarrow 0*2*3=0$
- $2*4*6$ の4を0にする $\rightarrow 2*0*6=0$
- $1+2+3$ の1を0にする $\rightarrow 0+2+3$
- $3*6+9$ の6を0にする $\rightarrow 3*0+9=0+9$
- $1+2*3+4$ の2を0にする $\rightarrow 1+0*3+4=1+0+4$

- *だけで繋がっている式のどこかに0があると、その範囲の答えが0になる
- 0と書かれた項は+を越えた場所には影響しない
- 元の数式の答えを0にするには、+で区切られたそれぞれの部分の答えを全て0にしなければならない
- 要は、+で区切られた部分それぞれに最低1つの0の項が欲しい

- +で区切る
- 区切ったそれぞれの部分に対して、初期状態で0が1つもなければ、1回書き換えが必要
- この合計が必要な最小個数になる
- $O(N)$

D問題 三角形の分類

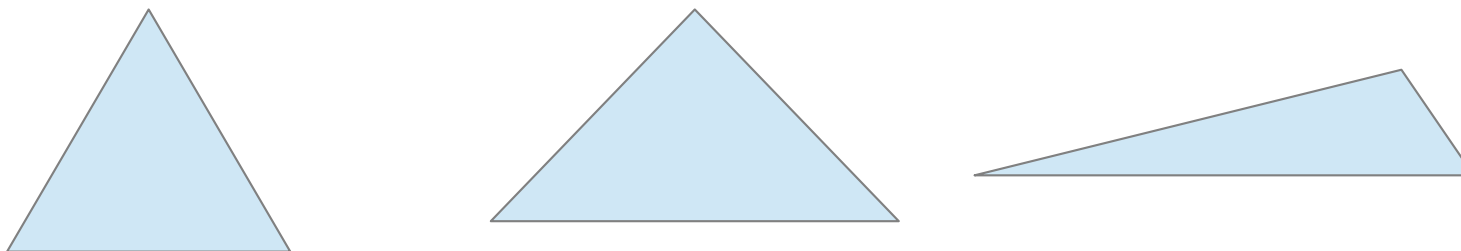
1. 問題概要
2. アルゴリズム

- 座標平面上の点 $(x[i], y[i])$ が N 個与えられる。
- N 個のうち3つ選んで三角形を作ったとき、それが鋭角三角形、直角三角形、鈍角三角形になるものを、それぞれ数える。
- $N \leq 2,000$
- 部分点: $N \leq 100$

- 部分点解法
- 3点を全部選んで角度を計算する
- 角度が 0° より大きく 90° より小さいか、 90° に等しいか、 90° より大きく 180° より小さいかの3種類を分類できればよいので、内積を使ってもよい
- ベクトル (a,b) と (c,d) のなす角 θ が
 - $0^\circ < \theta < 90^\circ$ のとき $ac+bd > 0$
 - $\theta = 90^\circ$ のとき $ac+bd = 0$
 - $90^\circ < \theta < 180^\circ$ のとき $ac+bd < 0$

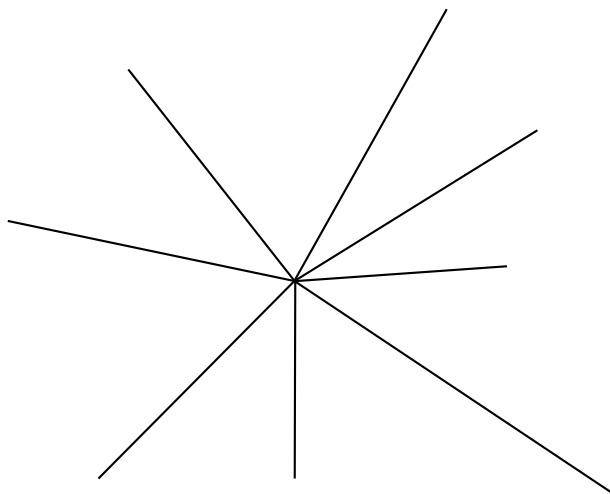
- さっきの方法だと計算量は $O(N^3)$
- 部分点は間に合うが、満点はとれない
- これ以上早く計算するには、複数の三角形をまとめて数える必要がある

- 三角形の特徴に注目する



- 直角三角形は、1個が直角、他は鋭角
- 鈍角三角形は、1個が鈍角、他は鋭角
- 直角、鈍角となる $\angle ABC$ の組の個数を求めれば、直角三角形、鈍角三角形の個数が分かり、全体から引くと鋭角三角形の個数も計算できる。

- $\angle ABC$ のBの部分固定して、A,Cの組を数えることにする



- ある点から他の全ての点に対して半直線を引くこととなる (プログラムでは、角度だけをもてばよい。角度は atan2 等で計算できる。)

- これらの角度をソートし、左側を固定する
 - どこまでが 90° 未満だろう？
 - どこまでが 90° だろう？
 - どこまでが 180° 未満だろう？
- これらは二分探索やしゃくとり法でまとめて高速に計算できる。二分探索では $O(N \log N)$ 、尺取だと $O(N)$
- ただし環状になっているので、角度の扱いは少し複雑で気をつける必要がある。(2周分配列をもったり、内積・外積で求めると楽かもしれない)

- 全体をまとめると
 - 一点選ぶ
 - そこから他の全て点へのベクトルの角度を求め、ソートする。
 - 二分探索やしゃくとり法で鈍角、直角の個数を数える
 - 鋭角三角形の個数を、全体から鈍角、直角の個数を引くことで求める
- 計算量は合計で $O(N^2 \log n)$ (しゃくとり法の場合)

- **注意**

- 2つのベクトルのなす角度が非常に小さかったり、非常に 90° に近かったり、非常に 180° に近かったりすることがある。

例1: $(-10000, -10000)$, $(-10000, -9999)$, $(10000, 10000)$

例2: $(-10000, -10000)$, $(-9999, 10000)$, $(10000, 9999)$

例3: $(-10000, -10000)$, $(1, 0)$, $(10000, 10000)$

- 浮動小数で計算する人は注意が必要