

ABC 051 解説

writer: Hec

2017 年 1 月 6 日

A: Haiku

文字列を入力して、文字列の 6 文字目と 14 文字目をスペースに置き換えて出力すれば良いです。置き換える方法の例として、次の 2 つが挙げられます。

- 文字列の 6 文字目と 14 文字目をスペースに変更してから、文字列を出力する。
- 文字列をループ処理で 1 文字ずつ見ていき、その文字がカンマだったらスペース、そうでなければそのまま文字を出力する。

C++ のコード例 (1 つ目の例)

```
1 int main(void){
2     string s;
3     cin >> s;
4     s[5]=' ',s[13]=' ';
5     cout << s << endl;
6     return 0;
7 }
```

B: Sum of Three Integers

まず、変数 X, Y, Z の組を全探索して、 $X + Y + Z = S$ となる組を数え上げることを考えます。各変数を 0 から K まで回す 3 重ループだと、時間計算量は $O(K^3)$ となります。ただし、 K の上限は 2500 であるため、このままでは間に合いません。

そこで、 $X + Y + Z = S$ に注目します。変数 X と Y が決まると、変数 Z の値は $S - X - Y$ に決まります。これを利用すると、変数 X, Y の組を全探索して、変数 Z の値が 0 以上かつ K 以下であるような組を数えると、答えが求まります。この解法の時間計算量は、 $O(K^2)$ となるため間に合います。

C++ のコード例

```
1 int main(void){
2     int K,S;
3     cin >> K >> S;
4 }
```

```

5   int ans = 0;
6
7   for(int x = 0; x <= K; ++x){
8       for(int y = 0; y <= K; ++y){
9           int z = S - x - y;
10          if(0 <= z and z <= K){
11              ans = ans + 1;
12          }
13      }
14  }
15
16  cout << ans << endl;
17  return 0;
18 }

```

C: Back and Forth

まず、点 $s = (s_x, s_y)$ から点 $t = (t_x, t_y)$ への経路について考えます。問題文の条件より、点 s と点 t を除いた全ての格子点で交わらない4つの経路を見つける必要があります。この条件から、図1で示すような点 $s = (s_x, s_y)$ と点 $t = (t_x, t_y)$ のそれぞれ上下左右に距離1進んだ点は必ず訪れる必要があります。そうでなければ、先に述べた4つの経路の条件に反してしまうからです。

次に、図1で示した点 s の周辺の4点から点 t の周辺の4点への交差しない4つの経路を見つけることを考えます。このとき、図2のような4つの経路を見つけることができ、これらの経路は全て最短距離になっています。なぜなら、 s の周辺の4点から t の周辺の4点へ結ぶ移動は右移動と上移動で行えるからです。あとは、4つの経路を合体させ、 $s \rightarrow t \rightarrow s \rightarrow t \rightarrow s$ と移動するような文字列を出力すれば良いです。

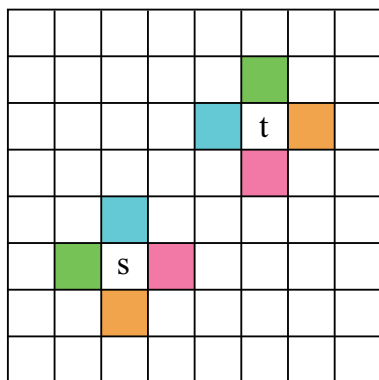


図 1:

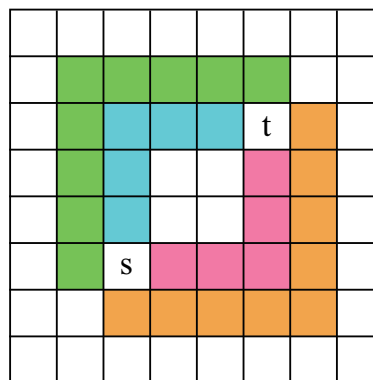


図 2:

C++のコード例

```

1 int main(void){
2     int sx, sy, tx, ty;
3     cin >> sx >> sy >> tx >> ty;

```

```

4     const int dx=tx-sx,dy=ty-sy;
5
6     // Path 1
7     cout << string(dy,'U') << string(dx,'R');
8
9     // Path 2
10    cout << string(dy,'D') << string(dx,'L');
11
12    // Path 3
13    cout << 'L' << string(dy+1,'U') << string(dx+1,'R') << 'D';
14
15    // Path 4
16    cout << 'R' << string(dy+1,'D') << string(dx+1,'L') << 'U';
17
18    // EndLine
19    cout << endl;
20    return 0;
21 }

```

D: Candidates of No Shortest Paths

まず、 $\text{edge}(i, j)$ を頂点 i と j を結ぶ辺のコスト、 $\text{dist}(i, j)$ を頂点 i から頂点 j までの最短距離とします。最短経路の候補となる辺を求めるために、全頂点間の最短経路を求める必要があります。これは、ワーシャルフロイド法 (時間計算量 $O(N^3)$) やダイクストラ法 (時間計算量 $O(NM \log N)$) を使って求めることができます。

次に、頂点 i と頂点 j を結ぶ辺が頂点 s から頂点 t への最短経路に含まれるとき、次の式が成り立ちます。

$$\text{dist}(s, i) + \text{edge}(i, j) + \text{dist}(j, t) = \text{dist}(s, t) \quad (1)$$

式 (1) を満たさない場合、この辺を使った経路は頂点 s から頂点 t への最短経路とならないことが分かります。したがって、頂点 s, t の組を全探索を行い、式 (1) を満たす頂点 s, t の組が 1 つでもあれば、その辺はある最短経路に含まれます。各辺に対してこのチェックを行うことにより、時間計算量 $O(MN^2)$ で答えを求めることができ、間に合います。

なお、さらに時間計算量を減らすことができます。全頂点間の最短距離が求まっているため、最短経路の判定に式 (2) を使うことができます。

$$\text{dist}(s, i) + \text{edge}(i, j) = \text{dist}(s, j) \quad (2)$$

この場合、頂点 s を全探索すれば良いので、時間計算量 $O(MN)$ で答えを求めることができます。

また、ある頂点 s からダイクストラ法を行い、その最短経路木に含まれる辺は当然ながら最短経路に含まれます。全頂点を 1 回ずつ始点にしたダイクストラ法を行い、その最短経路木に含まれる辺をチェックすることでも、答えを求めることが可能です。(証明略)

C++のコード例

```

1 int main(void){
2     const int inf = 100000000;

```

```

3
4  int n,m;
5  cin >> n >> m;
6
7  int a[1000],b[1000],c[1000],dist[100][100];
8
9  for(int i = 0; i < m; ++i){
10     cin >> a[i] >> b[i] >> c[i];
11     a[i]--,b[i]--;
12 }
13
14 for(int i = 0; i < n; ++i){
15     for(int j = 0; j < n; ++j){
16         if(i==j)
17             dist[i][j]=0;
18         else
19             dist[i][j]=inf;
20     }
21 }
22
23 for(int i = 0; i < m; ++i){
24     dist[a[i]][b[i]]=min(dist[a[i]][b[i]],c[i]);
25     dist[b[i]][a[i]]=min(dist[b[i]][a[i]],c[i]);
26 }
27
28 for(int k = 0; k < n; ++k){
29     for(int i = 0; i < n; ++i){
30         for(int j = 0; j < n; ++j){
31             dist[i][j]=min(dist[i][j],dist[i][k]+dist[k][j]);
32         }
33     }
34 }
35
36 int ans=m;
37 for(int i = 0; i < m; ++i){
38     bool shortest=false;
39     for(int j = 0; j < n; ++j) if(dist[j][a[i]]+c[i]==dist[j][b[i]]) shortest=true;
40     if(shortest==true){
41         ans=ans-1;
42     }
43 }
44
45 cout << ans << endl;
46 }

```
