AtCoder Regular Contest 034
解説

AtCoder株式会社 代表取締役
高橋 直大

競技プログラミングを始める前に

- 競技プログラミングをやったことがない人へ
  - まずはこっちのスライドを見よう！
  - http://www.slideshare.net/chokudai/abc004

A問題　首席

1. 問題概要
2. アルゴリズム

A問題　問題概要

AtCoder

- 受験生の人数Nと、それぞれの受験生の、「国語」「数学」「理科」「英語」「塗り絵」の5科目の点数が与えられる。
- 受験生の最終得点は、以下の式で表せられる
  - 国語＋数学＋理科＋英語＋（塗り絵*110/900）
- 最終得点が最も高い受験生の、最終得点を求めよ

- 制約
  - 2 ≦ N ≦ 3049

A問題　アルゴリズム

- 解法
  - 順番に点数を計算する
    - この時に、（塗り絵）*900/110などを整数演算ではなく、小数として計算出来るように工夫することに注意！
      - *900.0にするなど
  - 計算した中で、最も点数の高い点数を出力する
    - やり方はいろいろ
      - 配列に入れてソート
      - 最も高い点数を入れる変数を用意しておき、毎回max関数などで最大値を格納する。

AtCoder

B問題 方程式

1. 問題概要
2. アルゴリズム

B問題　問題概要

- Nの十進表記における各桁の数の和をf(n)で表す
- f(x) + x = Nとなるxを全て出力しなさい

- 制約
  - $1 \leqq N \leqq 10^{18}$

B問題　アルゴリズム

- 考察
  - f(x) + xについて考える
  - 全てのxについて、Nについて調べることが可能か？
    - 可能であれば、全部試せば良いので簡単！

- 部分点解法 (N≦1000)
  - xもf(x)も共に1以上の整数
    - つまり、x+f(x)=Nになるには、xはN以下の正整数であることが解る
  - よって、1以上N以下の整数を全て試すことで、部分点を取ることが出来る

B問題 アルゴリズム 部分点解法(N≦1000)

- 考察
  - xもf(x)も共に1以上の整数
    - つまり、x+f(x)=Nになるには、xはN以下の正整数であることが解る
  - よって、1以上N以下の整数を全て試すことで、部分点を取ることが出来る

B問題 アルゴリズム 満点解法

- 考察
  - f(x)の最大値はどれくらいか？
    - x=99999999999999999の時、f(x) = 9 * 17 = 153
    - これよりは大きくならなそう
  - つまり、調べるべき範囲は、N-153からNの間で十分
    - これは全探索可能！

B問題　アルゴリズム 満点解法

- 注意点
  - 数が大きいので、32bit整数型には収まらない
    - 64bit整数型などの、大きな数が格納可能な整数型を使おう！

C問題　約数かつ倍数

1. 問題概要
2. アルゴリズム

C問題　問題概要

- A,Bが与えられる
- A!の約数であり、B!の倍数である数の個数を出力せよ

- 制約
  - $1 \leqq B < A \leqq 10^{18}$
  - $A - 100 \leqq B$

C問題　アルゴリズム 部分点1

- A,B≦15のとき
  - 15! = 1307674368000
    - 全通り試すことは出来ない！
    - 何か工夫しなければいけない
  - Aの約数を全て列挙して、そのうちでBの倍数になっているかどうかを1つ1つチェックすれば間に合う？
    - 約数を、O(√A!)くらいで列挙出来れば可能！

C問題 アルゴリズム 部分点1

- 簡単な約数の列挙方法
  - 例えば、A=5の時、A! = 120（これを暫定的にFAとする)
    - これの約数を列挙することを考える
  - 1から√FA (11くらい)までのうち、FAの約数であるものをループで探す
    - If(FA % I == 0)みたいな感じ
  - 見つかった約数をiとすると、FA/iもFAの約数である
    - 1が約数なので、120も約数
    - 2が約数なので、60も約数
    - 3が約数なので、40も約数
    - ・・・・
  - これを、√FAまで繰り返すことによって、全ての約数を列挙できる！
  - 各約数に対して、B!の倍数になっているかどうかチェックすれば良い

C問題 アルゴリズム 部分点2

- 考察
  - もっと高速化するには、根本的な部分を見直す必要がある。
  - A!の倍数かつ、B!の約数とは何か？
    - (A! / B!)の約数に、B!を掛けたものである！
    - 例えば、A=5, B=3であれば、5*4の約数に、3*2*1を掛けたものである！
      - 20の約数は1,2,4,5,10,20なので、解は6,12,24,30,60,120である
    - まずはこれを利用する

C問題　アルゴリズム 部分点2

- さらに考察
  - A,Bが大きい時、全ての約数を列挙するのは難しい
    - 約数の個数をもっと上手に数えよう！
  - 約数を効率的に数えるには、素因数分解をすると良い！
  - 例えば、20の約数の個数を数えたい時、
    - 20 = 2 × 2 × 5と表せる。
    - この約数は、(2の0,1,2乗のいずれか) × (5の0,1乗のいずれか)であることが解る
      - 例えば、2の1乗×5の1乗を選ぶと、約数の1つである10が出来る
    - つまり、この組み合わせの個数を数えてあげれば良い！
      - これは、各素因数に対して、その指数が分かれば良い

C問題　アルゴリズム 部分点2

- A,B≦10^6, A-B≦100の時
  - A! / B!について、約数の個数を調べたい
  - 計算式を考えて、10^6以上の素因数は、この数には含まれない
    - よって、各素因数について、いくつ存在したかを配列で管理してあげれば良い
  - A!/B!を素因数分解するのは難しいが、B+1からAまでの整数1つ1つに対して、素因数分解してあげるのは可能
    - であれば、この1つ1つに対して素因数分解を行い、指数の計算をしてあげれば良い。1つ1つの計算量は、部分点1の約数全列挙と同じようなアルゴリズムを用いると、O(√A)
  - 指数が求まったら、あとは先ほどの公式を用いて、約数の個数を計算すれば解ける

C問題　アルゴリズム 満点解法

- A,B≦10^9, A-B≦100の時
  - 先ほどのように、素因数の最大値が小さくはならない
    - だが、種類数自体はそこまで多くない！
    - よって、配列で管理していた部分を、連想配列に直してあげれば良い！
  - 計算量は、素因数分解がO(√A)、その回数が100回で、1回の素因数分解で発生する素因数は、O(logA)個程度なので、十分に間に合う

AtCoder Regular Contest 034
問題D 解説 (暫定版)

AtCoder株式会社 代表取締役
高橋 直大

D問題　インフレゲーム

1. 問題概要
2. 解法

D問題　問題概要

- 赤い数字で整数が書かれたカードがA枚
- 青い数字で整数が書かれたカードがB枚
- 何も書かれていないカードがC枚
- 以上をシャッフルした山札を上から引いて行く
- 赤い数字aを引くと+a点
- 青い数字bを引くと得点がb倍
- 何もかかれてないカードを引くとゲームオーバー
- 最終得点の期待値は?

- 制約
  - 1 ≦ A,B,C ≦ 50
  - 1 ≦ カードの各数字 ≦ 100

D問題　部分点解法1 (5点)

AtCoder

※出題者の都合により「超」駆け足バージョンです。
申し訳ありません。by evima

- 1 ≦ A,B,C ≦ 3
- 合計9枚以下
- 山札のパターンを全て試す
- 時間計算量 O((A+B+C)! * poly(A+B))

- 1 ≦ A,B,C ≦ 8
- 赤、青の合計16枚以下
- dp[今までに引いたカードの集合]
- 時間計算量 O(2^(A+B) * poly(A+B))

- 1 ≦ A, C ≦ 50, 1 ≦ B ≦ 8
- よく考えると、赤いカードに書かれている数字の平均を R として、全ての赤いカードにRと書かれていても答えは同じ → 区別不要！
- dp[引いた赤いカードの枚数][引いた青いカードの集合]
- 時間計算量 O(2^B * poly(A+B))

- 1 ≦ A, B, C ≦ 50
- よく考えると青いカードも区別不要
- 青いカードをi枚引いたときのそれらの積の期待値をB[i]として、その値を計算に使う
- dp[引いた赤いカードの枚数][引いた青いカードの枚数]
- 時間計算量 O(poly(A+B))