ABC 052 / ARC 067 解説

writer : maroonrk

2017 年 1 月 15 日

A : Two Rectangles

二つの長方形の面積の max を出力すればよいです。

C++ のコード例

```
int a,b,c,d;
cin>> a >> b >> c >> d;
cout<< max(a*b, c*d) <<endl;
```

B : Increment Decrement

整数 $ans = 0$ を用意して、x の値を変更する度に ans と x の max を ans に代入すると答えが求まります。

C : Factors of Factorial

ある整数 x が、素因数分解によって $x = p^n \times q^m \times ...$ $(p, q, ...$は素数$)$ と表せる時、x の約数の個数は $(n+1) \times (m+1) \times ...$ となります。よって、$N!$ の素因数全てについて、その素因数で $N!$ が何回割り切れるかを求めればよいです。そして、$N!$ のがどの素因数で何回割れるかは、1 から N までの数がそれぞれどの素因数で何回割れるかを求めて足し合わせると求まります。今回の問題は N が小さいので、これを愚直に実装すれば解くことができます。

D : Walk and Teleport

実はこの問題では、「一つ東の町まで歩く」と「一つ東の町までテレポートする」の二つの行動だけで最適解を達成できます。よって、全ての $i(i \leq N-1)$ について、町 i から町 $i+1$ に移動する際の疲労度の合計の最小値を求め、これを全て足し合わせると答えが得られます。町 i から町 $i+1$ に移動する際の疲労度の合計の最小値は、$min((X_{i+1} - X_i) \times A, B)$ で求めることができるので、これでこの問題は解けました。

E : Grouping

$DP[i][j] = i$ 人以下のグループのみで、j 人使っている場合の数
という DP を考えます。この DP の遷移は、以下のようになります。
$DP[i][j] = \sum_{k \in (0,C,C+1,\ldots D)} DP[i-1][j-i \times k] \times_{(n-j+i \times k)} P_{(i \times k)} / (i!)^k / k!$
これでは一見 $O(N^3)$ に見えますが、k の動く範囲は j/i 以下しか考えなくて良いので、そこだけ計算するようにすると $O(N^2 logN)$ になってこの問題が解けます。

F : Yakiniku Restaurants

最適な行動においては、焼肉店間の移動は、番号の小さい方から大きい方への移動のみと考えて良いです。そこで、
$F(i,j) =$ 焼肉店 i から出発し、焼肉店 j で終了するように行動した時の、食べる焼き肉の美味しさの合計の最大値
と置きます。この $F(i,j)$ の値が、全ての i,j の組について求められれば、幸福度を減らす要因である移動距離は簡単に計算できるため、最終的な答えもすぐにわかります。では、$F(i,j)$ はどのように求めればよいでしょうか。とりあえず、M 種類のチケットごとに考えてみます。
$G(x,i,j) =$ 焼肉店 i から焼肉店 j までの焼肉店で、チケット x を引き換えに食べられる焼き肉の美味しさの最大値
と置いてみます。全てのチケットについて、$G(x,i,j)$ を愚直に求めていては間に合いません。そこで、x を固定した時の、$G(x,i,j)$ の値について考えてみましょう。まず、$G(x,1,N) = G(x,opt,opt)$ となる焼肉店 opt が存在します。（この opt は、RMQ を使うと高速に求めることができます）そして、$i \leq opt \leq j$ なる全ての i,j について、$G(x,i,j) = G(x,opt,opt)$ となります。これが何を表しているかというと、格子点 (i,j) の値が $G(x,i,j)$ になる格子を考えた時に、$i \leq opt \leq j$ に対応する長方形領域内の値が全て同じであるということです。残った、$i,j < opt$ のパターンと、$opt < i,j$ のパターンも、再帰的に同じことを繰り返すと、格子点 (i,j) の値が $G(x,i,j)$ になる格子は、N 個の長方形領域に数字を割り振るという操作で作られるということになります。ここで、$F(i,j)$ について考えると、これは、全ての x について、$G(x,i,j)$ を足して作られます。このことから、格子点 (i,j) の値が $F(i,j)$ になる格子は、M 種類全てのチケットごとに、N 個の長方形領域に値を加算する、という操作で作られることになります。これは、imos 法を使うことで十分高速に処理できます。よって、$O(NlogNM + N^2)$ でこの問題は解けました。