


# H - 論理回路の構成

GIGACODE 2019 解説



# 小課題 1

GIGACODE 2019 H 問題 – 論理回路の構成

## 問題概要

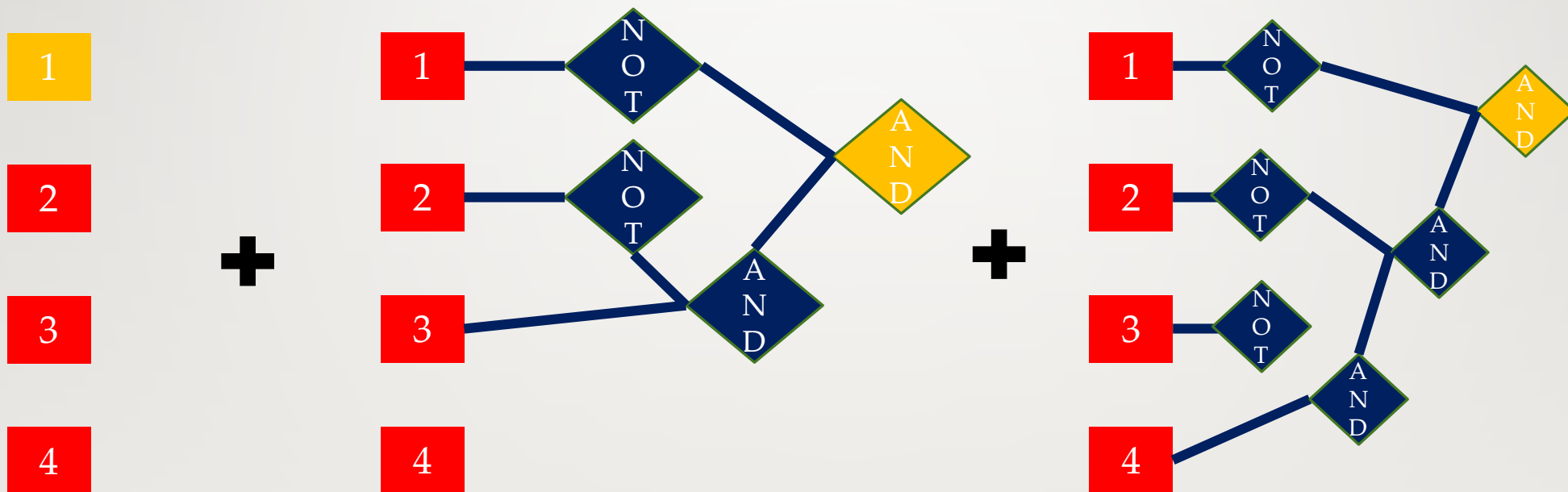
- スイッチが  $N$  個あります。
- あなたは AND, OR, XOR, NOT メモリを使うことができます。
- スイッチの状態は  $2^N$  個ありますが、**そのうち  $K$  個**で最も番号の大きいメモリが 1 となるような回路を構成してください。
- $N \leq 10$

## 23 点解法

- 2 のべき乗の形で表すと簡単
- 例えば、 $N = 4, K = 11$  のとき
  - スイッチ 1 が on (8 通り)
  - スイッチ 1 が off かつスイッチ 2 が off かつスイッチ 3 が on (2 通り)
  - スイッチ 1 が off かつスイッチ 2 が off かつスイッチ 3 が off かつスイッチ 4 が on (1 通り)
- これらを全部 or にすると  $N^2$  個くらいの構成になり 23 点

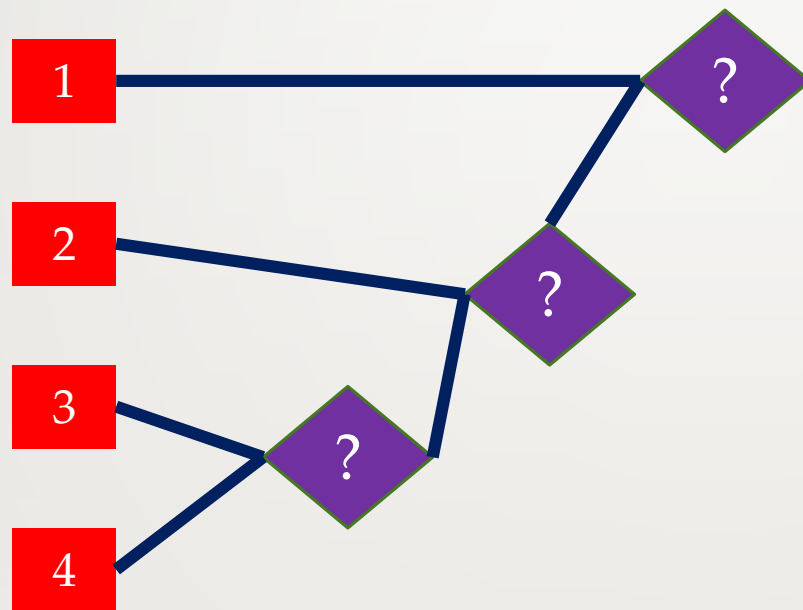
## 23 点解法

- 図で表すところんな感じ



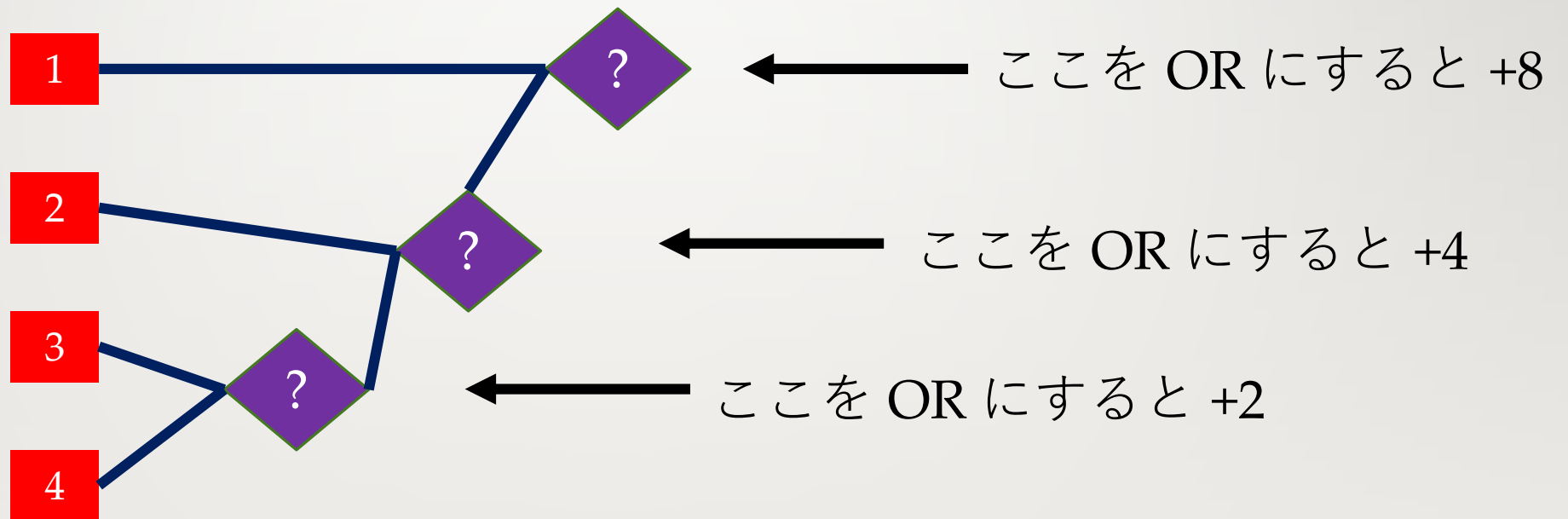
## 30 点解法

- 以下のような論理回路を考える



## 30 点解法

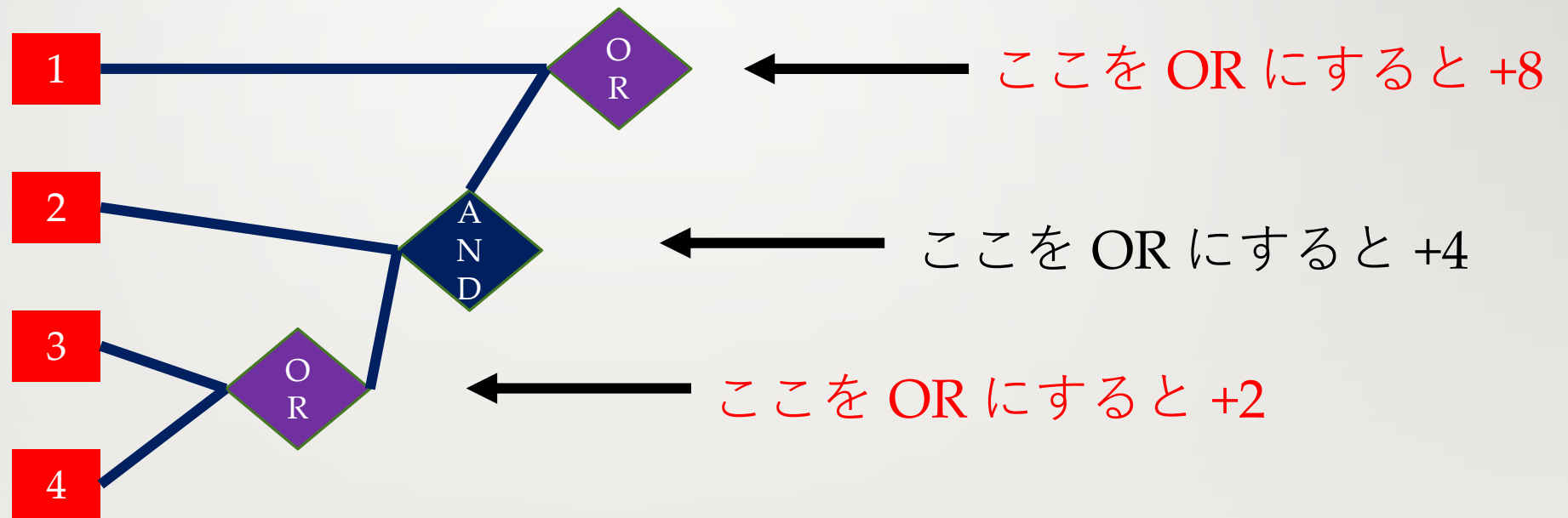
- 以下のような論理回路を考える（全部 AND だと 1 通り）






## 30 点解法

- 例： $K = 11$  の場合（全部 AND だと 1 通り）







# 小課題 2

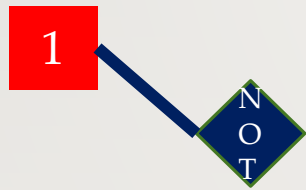
GIGACODE 2019 H 問題 – 論理回路の構成

## 問題概要

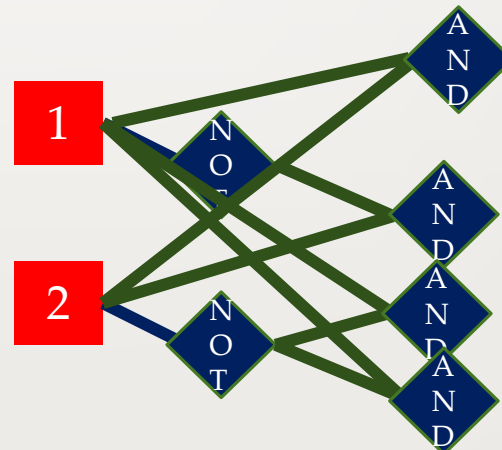
- スイッチが  $N$  個あります。
- あなたは AND, OR, XOR, NOT メモリを使うことができます。
- スイッチの状態は  $2^N$  個ありますが、**そのうち状態  $S_1, S_2, \dots, S_K$  で最も番号の大きいメモリが 1 となるような回路を構成してください。**
- $N \leq 10$

## 30 + 21 = 51 点解法

- まず、 $2^N$  通りすべての状態に対して、この状態だけで1となるようなメモリを作ることを考える
- これは、低い番号のスイッチから頑張って作っていくと  $2 * 2^N$  個でできる



$2^1$  個の状態



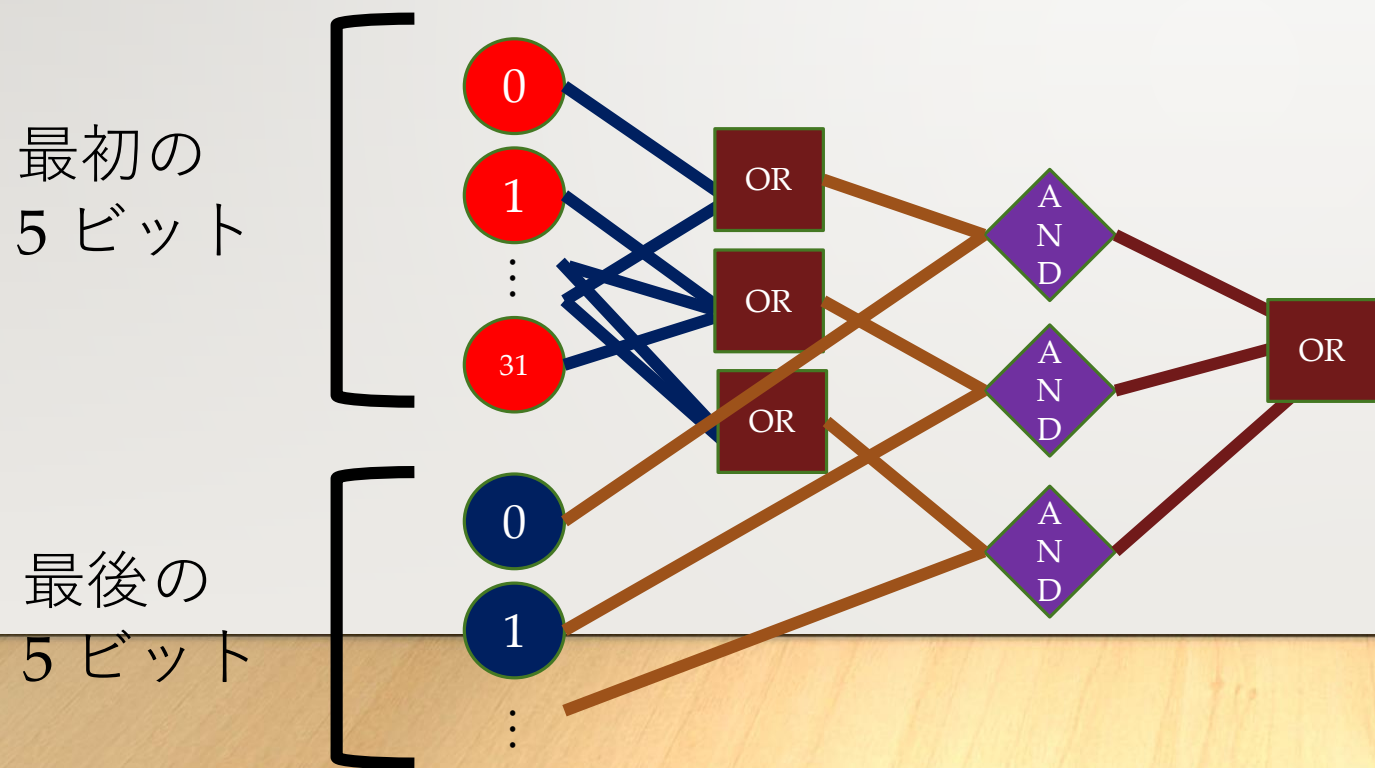
$2^2$  個の状態

## 30 + 21 = 51 点解法

- これを  $2^N$  個全部作って、最終的に 1 になっているべき状態に全部 OR をすると、最大  $3N$  個のメモリで解ける
- 30 + 21 = 51 点

## 30 + 35 = 65 点解法

- 平方分割を考える（下の図のような感じ）
- $N = 10$  の場合、最初の 5 ビットと最後の 5 ビットを分けて考える



※説明の都合上、3つ以上とつながっているメモリがありますが、そういうのは  $V$  個のつながりに対して  $V-1$  個のメモリを使うことで構成できます

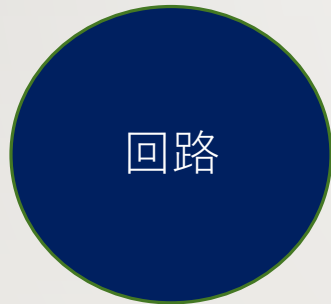
## 30 + 35 = 65 点解法

- $N = 10$  のとき
  - 大体  $64 + 64 + 1024 + 32 + 32 = 1216$  個
- $30 + 35 = 65$  点

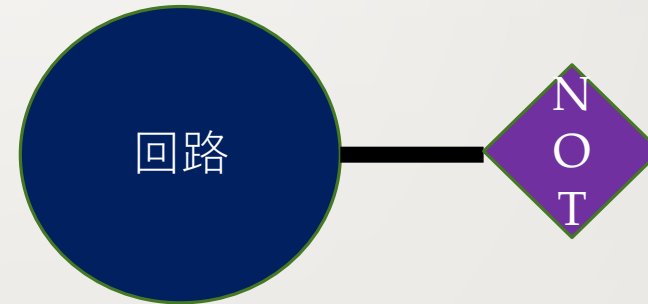


## 30 + 48 = 78 点解法

- 前の解法は、 $K$  の値（1 になるべき状態数）が多いほど、メモリが必要となる
- 全体に NOT をすれば、1 になるべき状態数が逆転して  $2^N - K$  個になるのでは??????



$K \leq 2^{N-1}$  の場合



$K > 2^{N-1}$  の場合



## 30 + 48 = 78 点解法

- そうすると、 $\frac{1}{2}N + 6\sqrt{N}$  個程度となる
- 大体 704 回なので、 $30 + 44 = 74$  点が取れる
- 実装方針によっては  $\frac{1}{2}N + 5\sqrt{N}$  となり、78 点が取れる

## それ以上の解法

- 平方分割解法を基にしてマラソンをすると、さらに点数が伸びる
- ここからは読者への課題とします
- Writer 解 (95 点)
  - <https://atcoder.jp/contests/gigacode-2019/submissions/8536686>