



H - 論理回路の構成

GIGACODE 2019 解説



小課題 1

GIGACODE 2019 H 問題 – 論理回路の構成

問題概要

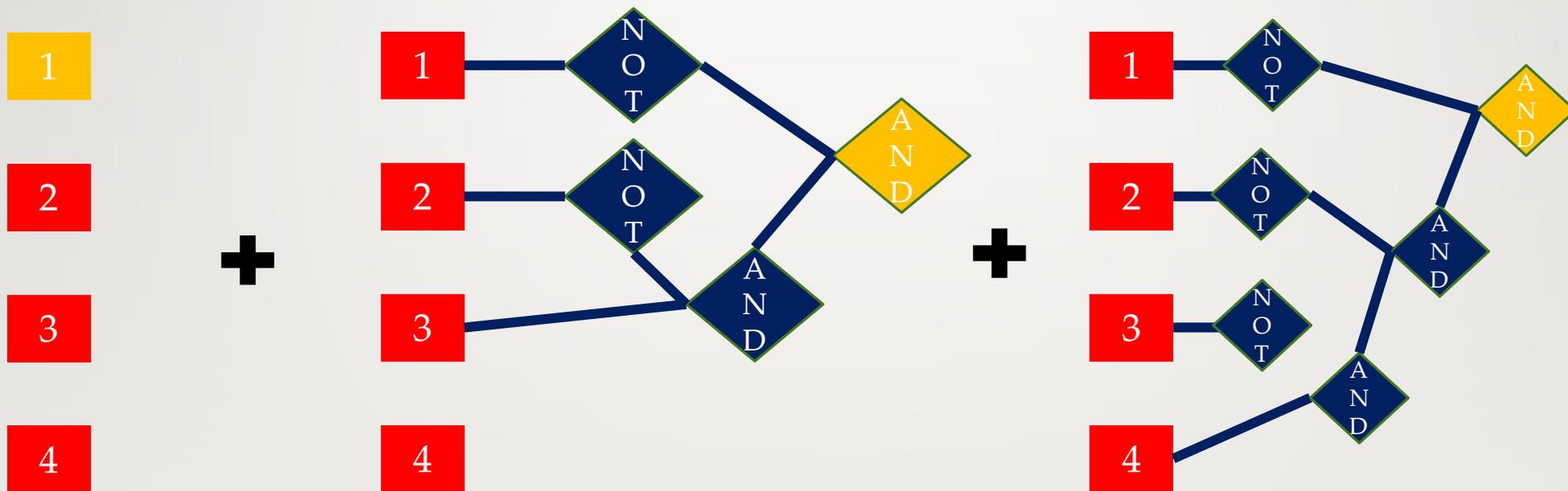
- スイッチが N 個あります。
- あなたは AND, OR, XOR, NOT メモリを使うことができます。
- スイッチの状態は 2^N 個ありますが、**そのうち K 個**で最も番号の大きいメモリが 1 となるような回路を構成してください。
- $N \leq 10$

23 点解法

- 2 のべき乗の形で表すと簡単
- 例えば、 $N = 4, K = 11$ のとき
 - スイッチ 1 が on (8 通り)
 - スイッチ 1 が off かつスイッチ 2 が off かつスイッチ 3 が on (2 通り)
 - スイッチ 1 が off かつスイッチ 2 が off かつスイッチ 3 が off かつスイッチ 4 が on (1 通り)
- これらを全部 or にすると N^2 個くらいの構成になり 23 点

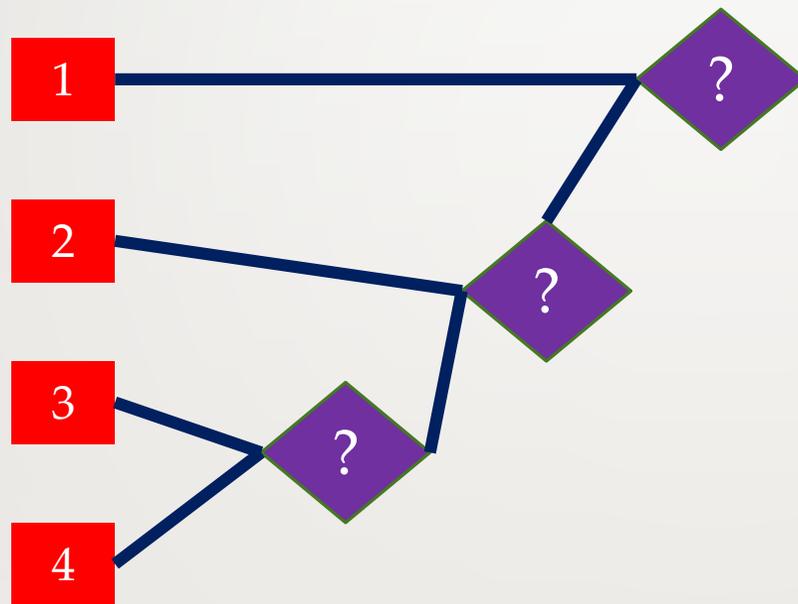
23 点解法

- 図で表すところんな感じ



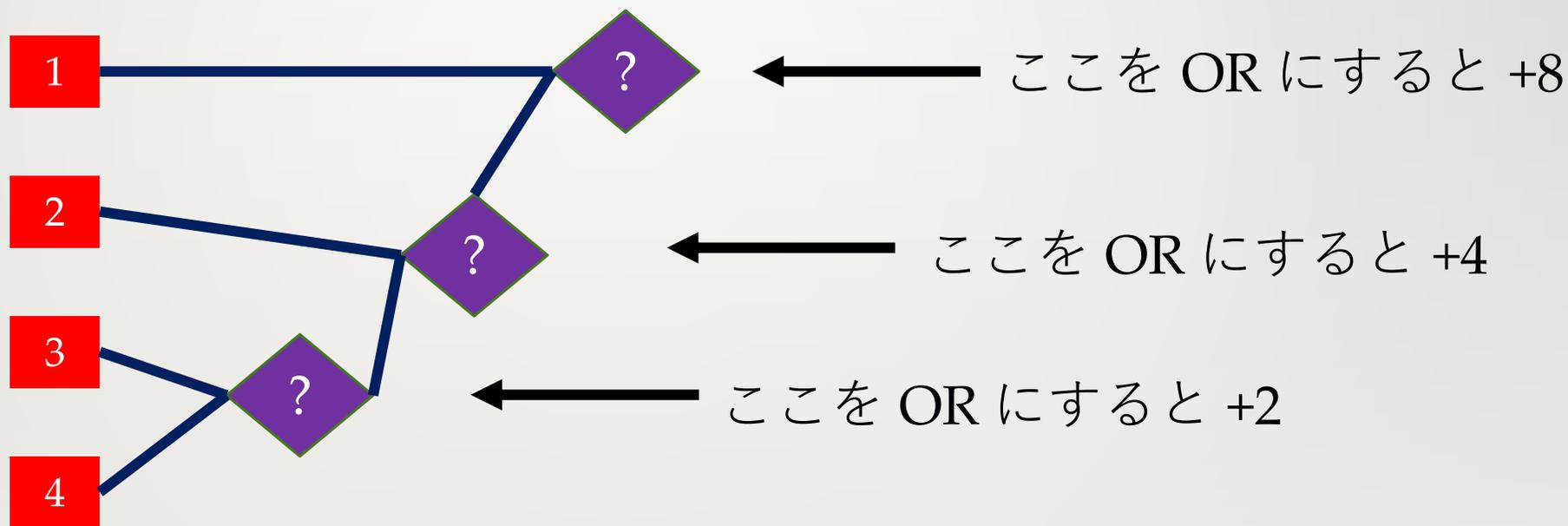
30 点解法

- 以下のような論理回路を考える



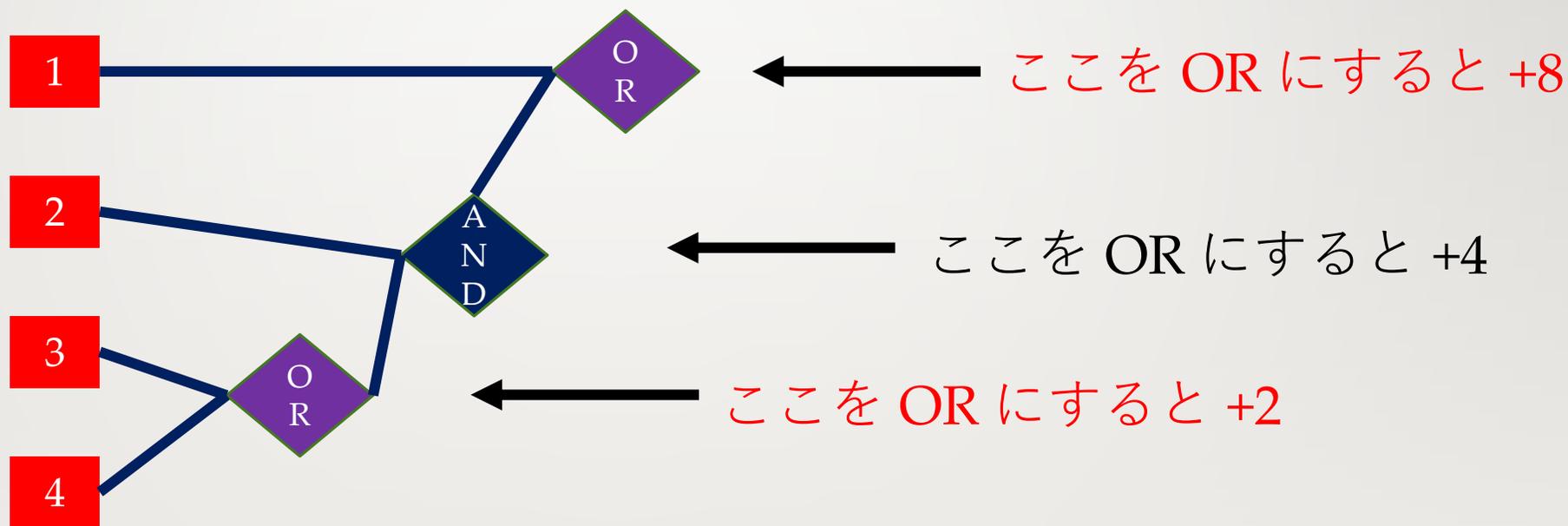
30 点解法

- 以下のような論理回路を考える（全部 AND だと 1 通り）



30 点解法

- 例： $K = 11$ の場合（全部 AND だと 1 通り）





小課題 2

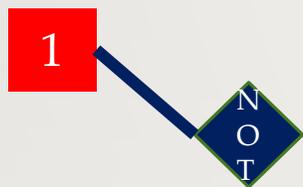
GIGACODE 2019 H 問題 – 論理回路の構成

問題概要

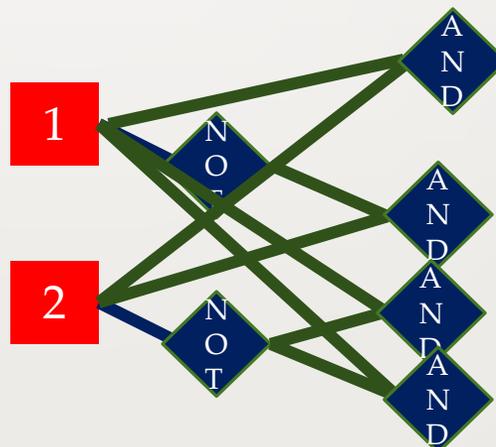
- スイッチが N 個あります。
- あなたは AND, OR, XOR, NOT メモリを使うことができます。
- スイッチの状態は 2^N 個ありますが、**そのうち状態 S_1, S_2, \dots, S_K で最も番号の大きいメモリが 1 となるような回路を構成してください。**
- $N \leq 10$

30 + 21 = 51 点解法

- まず、 2^N 通りすべての状態に対して、この状態だけで1となるようなメモリを作ることを考える
- これは、低い番号のスイッチから頑張って作っていくと $2 * 2^N$ 個でできる



2^1 個の状態



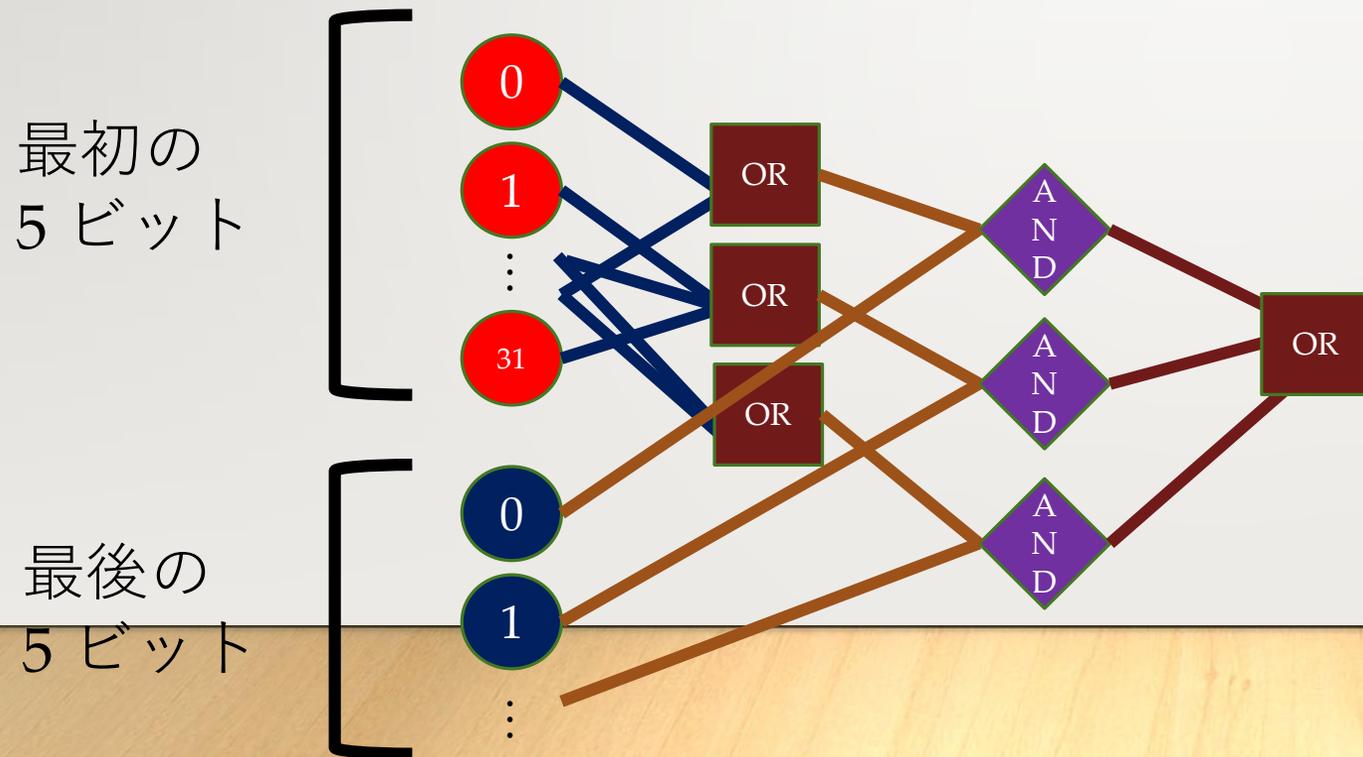
2^2 個の状態

30 + 21 = 51 点解法

- これを 2^N 個全部作って、最終的に 1 になっているべき状態に全部 OR をすると、最大 $3N$ 個のメモリで解ける
- 30 + 21 = 51 点

30 + 35 = 65 点解法

- 平方分割を考える（下の図のような感じ）
- $N = 10$ の場合、最初の 5 ビットと最後の 5 ビットを分けて考える



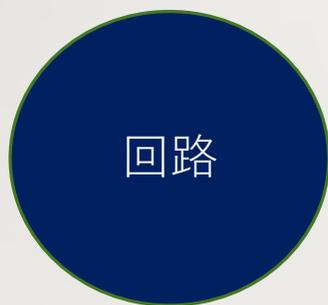
※説明の都合上、3つ以上とつながっているメモリがありますが、そういうのは V 個のつながりに対して $V-1$ 個のメモリを使うことで構成できます

30 + 35 = 65 点解法

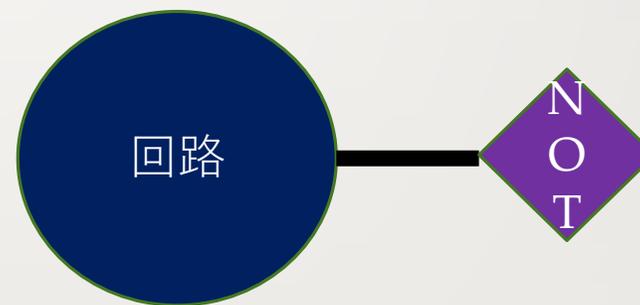
- $N = 10$ のとき
 - 大体 $64 + 64 + 1024 + 32 + 32 = 1216$ 個
- $30 + 35 = 65$ 点

30 + 48 = 78 点解法

- 前の解法は、 K の値（1 になるべき状態数）が多いほど、メモリが必要となる
- 全体に NOT をすれば、1 になるべき状態数が逆転して $2^N - K$ 個になるのでは??????



$K \leq 2^{N-1}$ の場合



$K > 2^{N-1}$ の場合

30 + 48 = 78 点解法

- そうすると、 $\frac{1}{2}N + 6\sqrt{N}$ 個程度となる
- 大体 704 回なので、 $30 + 44 = 74$ 点が取れる
- 実装方針によっては $\frac{1}{2}N + 5\sqrt{N}$ となり、78 点が取れる

それ以上の解法

- 平方分割解法を基にしてマラソンをすると、さらに点数が伸びる
- ここからは読者への課題とします

- Writer 解 (95 点)
 - <https://atcoder.jp/contests/gigacode-2019/submissions/8536686>